

# Landskeppnin í eðlisfræði 2006

## úrslitakeppni - fræðilegur hluti

3. mars 2007, fyrir hádegi. Leyfilegur tími er 180 mínútur.

### Almennar leiðbeiningar

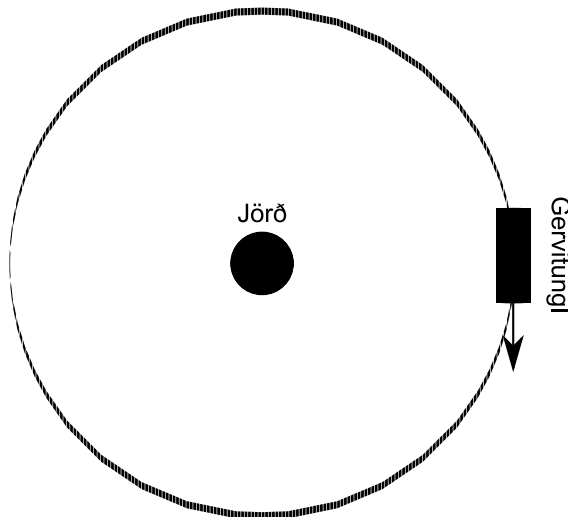
1. Opnaðu ekki verkefnaheftið fyrr en þér er sagt að gera það.
2. Einu leyfilegu hjálpargögnin eru óforritanlegar reiknivélar.
3. Verkefnunum skal svarað á sérstök svarblöð, ekki í verkefnaheftið. Merktu svarblöðin samkvæmt leiðbeiningum sem gefnar verða á töflu. Ef svarblöðin duga ekki má biðja um fleiri slík. Ekki verður farið yfir rissblöð.
4. Verkefnin eru alls sex og vægi hvers dæmis er 10 stig.
5. Ekki er endilega gert ráð fyrir að neinn keppandi geti svarað öllum verkefnunum. Þó að þú svarir aðeins hluta verkefnanna, getur árangur vel verið góður. Sum verkefnin eru mjög erfið.
6. Verkefnin eru öll í nokkrum liðum. Ef einhverjum lið er svarað rangt og svarið notað í síðari liðum verður ekki dregið frá í seinni liðum svo framarlega sem útreikningarnir í þeim liðum eru réttir.

# 1 Sístætt gervitungl

Gervitungli með massann  $m = 400$  kg er skotið á sístæða<sup>1</sup> braut um jörðu. Radíus jarðar er  $R_{\oplus} = 6.378$  km, massi jarðar  $M_{\oplus} = 5,974 \times 10^{24}$  kg og snúningstími jarðar um möndul sinn  $T_{\oplus} = 24$  klst. Þyngdarfasti Newton's er  $G = 6,6725 \times 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Ætlast er til í báðum liðum á eftir að leiddar séu út jöfnur fyrir viðkomandi stærðir og líka reiknað út tölulegt gildi.

(a) Hversu mikla orku þarf til að koma gervitunglinu á braut um jörðu?

Þó að ekki sé mikið efni í geimnum, er það samt til staðar. Árekstrar við geimefni valda því að gervitunglið hægir á sér. Ef ekkert er gert til að sporna við þessu minnkar braut gervitunglsins smám saman og gervitunglið verður ekki lengur á sístæðri braut. Gervitunglið er sívalningslaga með radíus  $r = 50$  cm og lengd  $l = 1$  m. Gervitunglið er líka útbúið jafnvægisbúnaði þannig að sívalningurinn liggur alltaf eftir braut gervitunglsins (sjá mynd). Eðlismassi geimefnisins er  $\rho = 1,0 \times 10^{-20}$  kg/m<sup>3</sup> og við gerum ráð fyrir að allt efni sem lendir á því festist við það.



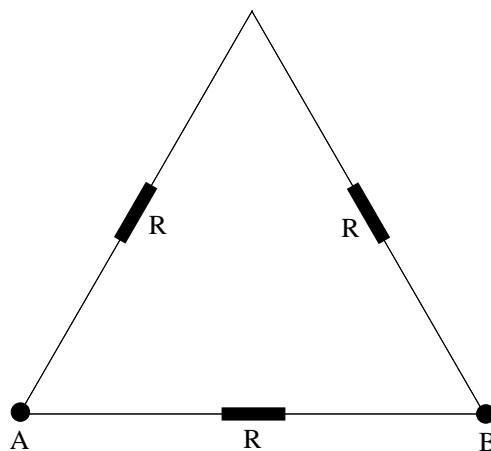
(b) Hversu langan tíma tekur það radíus brautarinnar að stækka um 1%? (**Ábending:** Gera má ráð fyrir að krafturinn vegna árekstranna haldist fastur allan tímann).

---

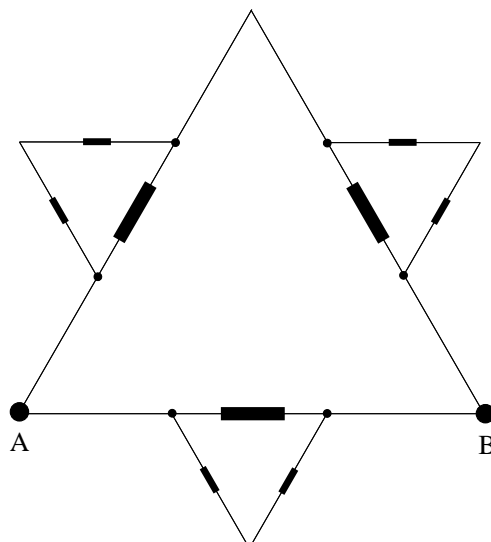
<sup>1</sup>Gervitungl á sístæðri braut er alltaf yfir sama stað á jörðinni

## 2 Rafrás

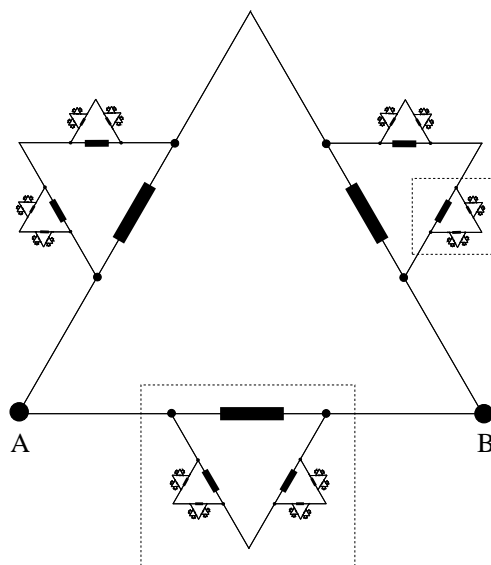
- (a) Öll viðnámin á myndinni hér til hliðar eru jafnstór, táknum þau með  $R$ . Finnið viðnámið á milli punktanna  $A$  og  $B$ .



- (b) Bætum nú við sex nýjum viðnámsum líkt og sýnt er á myndinni hér til hliðar. Öll viðnámin eru ennþá  $R$ . Hvert er nú viðnámið á milli punktanna  $A$  og  $B$ ? (**Ábending:** Gott er að nota niðurstöðuna úr (a) lið.)



- (c) Höldum nú áfram að bæta við viðnámsum á svipaðan hátt út í hið óendanlega eins og sýnt er á myndinni hér að neðan. Öll viðnám eru áfram  $R$ . Finnið nú viðnámið milli punktanna  $A$  og  $B$ . (**Ábending:** Takið eftir ferhyrningunum tveimur sem teiknaðir eru með brotalínunum á myndina. Viðnámsnetin tvö sem eru afmörkuð af ferhyrningunum líta eins út þar sem þau eru óendanlega stór.)



### 3 Blaðra

Kúlulaga blaðra fyllt með helíum gasi stígur til himins þar sem bæði hiti og þrýstingur fellur með aukinni hæð. Gerum ráð fyrir því að hitastig lofts í blöðru sé það sama og hitastig umhverfis. Lítum á allt gas sem kjörgas og hunsum massa blöðrunnar. Gasfastinn er  $R = 8.31 \text{ J}/(\text{mól K})$ , mólmassi helíums er  $M_H = 4.00 \times 10^{-3} \text{ kg}/\text{mól}$  og mólmassi andrúmslofts er  $M_L = 28.9 \times 10^{-3} \text{ kg}/\text{mól}$ . Þyngdarhröðun jarðar er  $g = 9.8 \text{ m}/\text{s}^2$ . Liðirnir hér á eftir eru óháðir.

- (a) Hugsum okkur að loft umhverfis blöðru sé við þrýsting  $P$  og hitastig  $T$ . Þrýstingur inni í blöðrunni er hærri en utan hennar vegna yfirborðsspennu blöðrunnar. Blaðran inniheldur  $n$  mól af helíum við þrýsting  $P + \Delta P$ . Finnið uppdrifskraftinn  $F_u$  sem verkar á blöðruna sem fall af  $P$ ,  $\Delta P$  og  $n$  ásamt nauðsynlegum föstum sem gefnir voru upp að ofan (ekki setja inn tölugildi þeirra).
- (b) Á blíðviðrisdegi reynist lofthitinn  $T$  í hæð  $z$  yfir sjávarmáli fylgja líkaninu

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{z}{z_0}\right)$$

fyrir  $0 < z < 15 \text{ km}$  þar sem  $z_0 = 49 \text{ km}$  og  $T_0 = 303 \text{ K}$ . Þrýstingur við sjávarmál ( $z = 0$ ) er  $P_0 = 1.0 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$  og eðlismassi andrúmsloftsins þar er  $\rho_0 = 1.16 \text{ kg}/\text{m}^3$ . Á þessu hæðarbili má lýsa þrýstingnum með líkaninu

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{z}{z_0}\right)^\alpha$$

Finnið  $\alpha$  sem fall af  $z_0$ ,  $\rho_0$ ,  $P_0$  og  $g$  og gefið svarið með tveimur markverðum stöfum. Gerum ráð fyrir að þyngdarhröðunin  $g$  sé óháð hæð.

### 4 Teygjustökk

Teygjustökkvari sem vegur  $70,0 \text{ kg}$  notar massalaus teygju sem er  $25,0 \text{ m}$  að lengd óteygð. Stökkpallurinn sem hún fellur fram af er í  $50,0 \text{ m}$  hæð. Hún stekkur og stoppar í nákvæmlega  $1,00 \text{ m}$  hæð yfir vatnsfleti (gerum ráð fyrir að teygjustökkvarar dæmisins séu punktmassar). Þyngdarhröðunin er  $g = 10,0 \text{ m}/\text{s}^2$ . Ekki er gert ráð fyrir loftmótstöðu.

- (a) Reiknið kraftstuðulinn  $k$  fyrir teygjuna.
- (b) Hver er mesti hraði sem teygjustökkvarinn nær á leiðinni niður?
- (c) Hversu langur tími liður frá því að teygjustökkvarinn stekkur af stað og þangað til hún nemur fyrst staðar í lægstu stöðu?
- (d) Næsti stökkvari vegur  $80,0 \text{ kg}$ . Hvað ætti teygjan hans að vera löng (óteygð) til þess að framkvæma eins stökk og fyrri stökkvarinn (þ.e.a.s. stoppa fyrst í  $1 \text{ m}$  hæð)?

## 5 Rykkorn úti í geimnum

Úti í geimnum er lítið svart rykkorn úr efni sem hefur eðlismassa  $\rho$ . Gerum þá nálgun að rykkornið sé einsleitt og kúlulaga með geisla (radíus)  $r$ .

- (a) Hver er þyngdarkrafturinn sem verkar á rykkornið ef það er í fjarlægðinni  $R$  frá sólu, og sólin hefur massa  $M$ ?
- (b) Hversu mikil ljósorka skellur á rykkornið á hverri sekúndu ef heildarljósafli sólar er  $P$ ?
- (c) Þó svo að ljóseind sé massalaus þá hefur hún samt sem áður skriðþunga  $p$  sem tengist orku hennar  $E$  og ljóshraðanum  $c$  á eftirfarandi hátt

$$E = cp.$$

Sýnið að einingar stærðanna hægra og vinstra megin í jöfnunni að ofan passi.

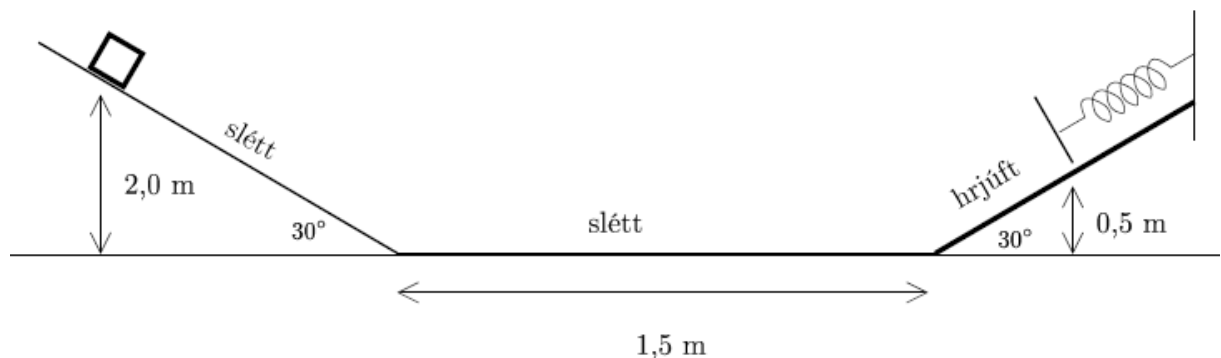
- (d) Hver þarf geisli rykkornsins  $r$  að vera til þess að jafnvægi sé á milli krafts vegna ljóseinda frá sólinni annars vegar og þyngdarkraftsins frá sólinni hins vegar?

Reiknið út tölu í lokasvari með því að nota eftirfarandi stærðir:

- eðlismassi rykkornsins er  $\rho = 3,0 \text{ g/cm}^3$
- massi sólar er  $M = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- fjarlægð til sólar er  $R = 8,4 \cdot 10^{10} \text{ m}$
- þyngdarhröðunarfastinn er  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
- heildarljósafli sólar er  $P = 4,0 \cdot 10^{26} \text{ W}$
- ljóshraðinn er  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

- (e) Lýsið því hvernig niðurstaðan í (d)-lið er háð fjarlægðinni  $R$  frá sólu að korninu.
- (f) Hvað verður um rykkorn úr eins efni með aðeins stærri geisla  $r$  sem er í sömu fjarlægð frá sólu? Dregst það að sólu eða fjarlægist það hana?

## 6 Kassi á skábraut



Litlum kassa sem vegur 5,0 N er sleppt úr kyrrstöðu í 2,0 m hæð á núningslausri skábraut sem hallar um  $30^\circ$  miðað við lárétt. Kassinn rennur niður skábrautina og áfram eftir 1,5 m löngu núningslausu borði að annarri skábraut sem hallar um  $30^\circ$  í hina áttina. Seinni skábrautin hefur hrjúft yfirborð og á hana hefur verið festur gormur með kraftstuðul 20 N/m.. Neðri endi gormsins er í 0,5 m hæð.

Núningsstuðullinn á milli kassans og hrjúfu skábrautarinnar er  $\mu_k = 1/\sqrt{3}$  ef kassinn er á ferð en  $\mu_s = 1/\sqrt{2}$  ef kassinn er kyrrstæður.

- Hver er mesta hæð sem kassinn nær á hrjúfu skábrautinni?
- Hversu oft rennur kassinn upp hrjúfu skábrautina?
- Hvar stöðvast kassinn endanlega?