

Landskeppnin í eðlisfræði 2003

úrslitakeppni - fræðilegur hluti

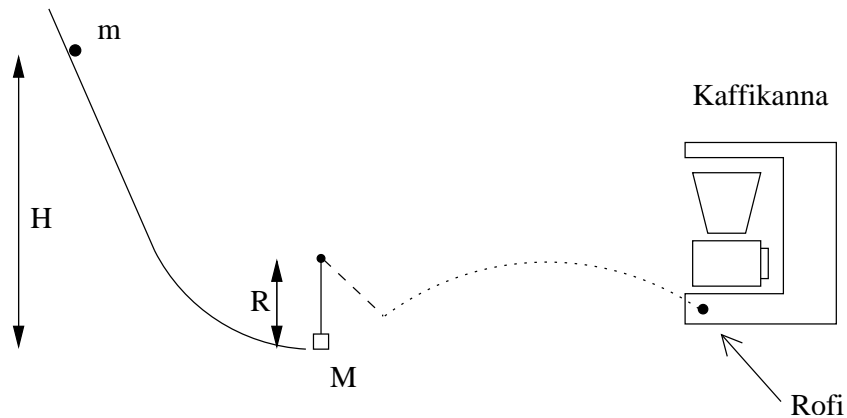
1. mars 2003, fyrir hádegi. Leyfilegur tími er 180 mínútur.

Almennar leiðbeiningar

1. Opnið ekki verkefnaheftin fyrr en ykkur er sagt að gera það.
2. Einu leyfilegu hjálpargögnin eru óforritanlegar reiknivélar.
3. Verkefnunum skal svarað á sérstök svarblöð, ekki í verkefnaheftið. Merkið svarblöðin samkvæmt leiðbeiningum sem gefnar verða á töflu. Ef svarblöðin duga ekki má biðja um fleiri slík. Ekki verður farið yfir rissblöð.
4. Verkefnin eru alls sex og vægi hvers dæmis er 10 stig.
5. Ekki er endilega gert ráð fyrir að neinn keppandi geti svarað öllum verkefnunum. Þó að þið svarið aðeins hluta verkefnanna, getur árangur vel verið góður. Sum verkefnin eru mjög erfið.
6. Verkefnin eru öll í nokkrum liðum. Ef einhverjum lið er svarað rangt og svarið notað í síðari liðum verður ekki dregið frá í seinni liðum svo framarlega sem útreikningarnir séu réttir.

1 Eldklár hitar kaffi

Kúla með massa m rennur úr kyrrstöðu án núnings niður skábraut með fallhæð H . Þegar neðstu stöðu er náð festist hún við massa M sem hangir í massalausum bandi af lengdinni R .



- Hver er mesta ferð sem massarnir ná eftir fallið?
- Hver þarf upphafshæðin að vera til að massarnir fari heilan hring án þess að það komi slaki á bandið?

Prófessor Eldklár notar uppstillinguna hér að ofan til að laga kaffið sitt á morgnana. Þegar hann fer fram úr rúminu rennur 0,2 kg kúla af stað niður skábraut. Í neðstu stöðu fangar lítill griparmur kúluna en þegar 45° halla við lóðrétt er náð sleppir hann henni aftur. Griparmurinn hefur massa 0,1 kg og er festur í 20 cm langt band.

- Ef rofi kaffikönnunnar er í sömu hæð og kúlunni er sleppt úr, en í 4,0 m fjarlægð í lárétta stefnu, hver þarf þá upphafshæð kúlunnar að vera?

2 Teygjustökk

Teygjustökkvari sem vegur 70,0 kg notar teygju sem er 25,0 m að lengd óteygð. Stökkpallurinn sem hún stekkur fram af er í 50,0 m hæð. Hún stekkur og stoppar í nákvæmlega 1,00 m hæð yfir vatnsfleti (miðað við að hún sé punktmassi).

- (a) Reiknið kraftstuðulinn k fyrir teygjuna.
- (b) Hver er mesti hraði sem teygjustökkvarinn nær á leiðinni niður?
- (c) Hversu langur tími líður frá því að teygjustökkvarinn stekkur af stað og þangað til hún nemur fyrst staðar í lögstu stöðu?
- (d) Næsti stökkvari vegur 80,0 kg. Hvað ætti teygjan hans að vera löng (óteygð) til þess að framkvæma eins stökk og fyrri stökkvarinn (þ.e.a.s. stoppa fyrst í 1 m hæð)?

3 Skoppandi körfubolti

Í eðlisfræði er stundum gerð sú nálgun að árekstrar séu fullkomlega fjaðrandi (t.d. tvær billiard kúlur) eða fullkomlega ófjaðrandi (t.d. tvær leirklessur sem festast saman eftir árekstur). Flestir árekstrar eru þó hvorki fullkomlega fjaðrandi né ófjaðrandi, heldur eitt-hvað þar á milli.

Newton komst að því með tilraunum að fyrir tvo tiltekna hluti sem rekast saman gildir, að hlutfallið á milli afstæðs hraða hlutanna fyrir og eftir árekstur er því sem næst fasti. Þetta hlutfall er kallað *skilastuðull* og hann er skilgreindur með

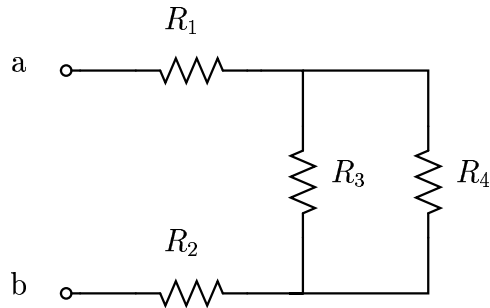
$$\epsilon = \frac{|u|}{|v|}$$

þar sem v er hraði annars hlutarins miðað við hinn *fyrir* áreksturinn en u er afstæður hraði *eftir* áreksturinn. Fullkomlega fjaðrandi árekstur hefur $\epsilon = 1$ en fullkomlega ófjaðrandi árekstur hefur $\epsilon = 0$.

- (a) Ef hraði er mældur í m/s, hvaða einingu hefur þá ϵ ?
- (b) Körfubolti fellur úr kyrrstöðu úr hæðinni $h_0 = 3,0$ m. Boltinn skoppar af gólfinu aftur upp í $h_1 = 2,0$ m. Finnið ϵ fyrir þennan árekstur.
- (c) Boltinn heldur áfram að skoppa upp og niður og nær hæðinni h_n þegar hann hefur skoppað n sinnum. Finnið h_n sem fall af h_0 og ϵ .
- (d) Hvað þarf boltinn að skoppa oft þar til hæðin sem hann skoppar upp í er orðin $h = 0,3$ m?

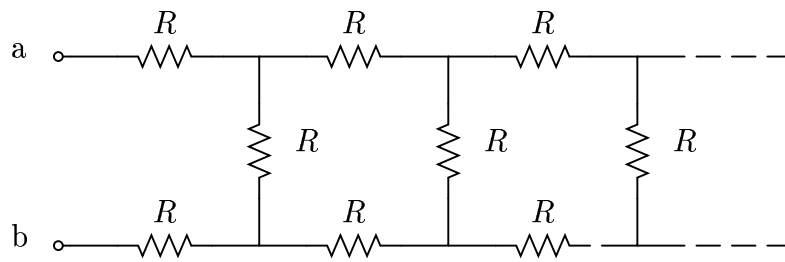
4 Viðnám

(a) Finnið heildarviðnám eftirfarandi rásar.



(b) Á myndinni hér fyrir neðan má sjá mynstur jafnstórra viðnáma sem er endurtekið óendanlega oft. Finnið heildarviðnámið milli punktanna a og b.

[*Vísbending:* Með því að vera dálítið sniðug(ur) er mögulegt að nota niðurstöðuna úr (a)-lið með heppilegum gildum á R_1 , R_2 , R_3 og R_4 .]



5 Loftbelgur og belgískar vöflur

Í Hollandi fer fram árleg loftbelgjakeppni. Meðal keppenda er Ludwig Von Zeppelin. Loftbelgur hans er opinn að neðan og hefur rúmmálið 1200 m^3 . Ludwig, loftbelgskarfan og belgurinn sjálfur vega 150 kg en einnig tekur Ludwig með sér 50 kg af belgískum vöflum. Loftthiti er 15° C og loftþrýstingur er $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

- (a) Hver er þrýstingurinn inni í belgnum?
- (b) Ludwig hitar loftið inni í belgnum upp í 25° C . Hver er eðlismassi loftsins í belgnum? Mólmassi loftsins er 26 g/mól og gasfastinn er $R = 8,314 \text{ J/(K}\cdot\text{mól)}$.
- (c) Hvað þarf að hita loftið mikið til þess að belgurinn náí að rísa?
- (d) Ef Ludwig nær ekki hitanum í belgnum hærra en 60° C , hvað þarf hann þá að henda mörgum vöflum útbyrðis, til að belgurinn rísi? Gefið er að hver vaffla vegur 200 g .

6 Rykkorn úti í geimnum

Úti í geimnum er lítið svart rykkorn úr efni sem hefur eðlismassa ρ . Gerum þá nálgun að rykkornið sé einsleitt og kúlulaga með geisla (radíus) r .

- Hver er þyngdarkrafturinn sem verkar á rykkornið ef það er í fjarlægðinni R frá sólu, og sólin hefur massa M ?
- Hversu mikil ljósorka skellur á rykkornið á hverri sekúndu ef heildarljósafli sólar er P ?
- Þó svo að ljóseind sé massalaus þá hefur hún samt sem áður skriðþunga p sem tengist orku hennar E og ljóshraðanum c á eftirfarandi hátt

$$E = cp.$$

Sýnið að einingar stærðanna hægra og vinstra megin í jöfnunni að ofan passi.

- Hver þarf geisli rykkornsins r að vera til þess að jafnvægi sé á milli krafts vegna ljóseinda frá sólinni annars vegar og þyngdarkraftsins frá sólinni hins vegar?

Reiknið út tölu í lokasvari með því að nota eftirfarandi stærðir:

- eðlismassi rykkornsins er $\rho = 3,0 \text{ g/cm}^3$
- massi sólar er $M = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- fjarlægð til sólar er $R = 8,4 \cdot 10^{10} \text{ m}$
- þyngdarhröðunarfastinn er $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
- heildarljósafli sólar er $P = 4,0 \cdot 10^{26} \text{ W}$
- ljóshraðinn er $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

- Lýsið því hvernig niðurstaðan í (d)-lið er háð fjarlægðinni R frá sólu að korninu.
- Hvað verður um rykkorn úr eins efni með aðeins stærri geisla r sem er í sömu fjarlægð frá sólu? Dregst það að sólu eða hrindist það frá henni?