

Landskeppni í eðlisfræði 2018

Úrslitakeppni

17. mars kl. 09:00-12:00

Leyfileg hjálpargögn: Reiknivél sem geymir ekki texta.

Keppnin samanstendur af 5 dæmum sem eru öll í nokkrum liðum. Athugaðu hvort þú hafir fengið öll dæmin.

Öll dæmin 5 vega jafnt og ekki verður dregið frá fyrir röng svör. Liðunum í hverju dæmi er ekki endilega raðað eftir erfiðleikastigi. Það má alltaf leysa seinni liði þó fyrri liðir hafi ekki verið leystir.

Skrifaðu lausnir þínar snyrtilega á lausnablöð sem þú færð afhent og merktu þau vel.

Tekið verður tillit til útreikninga við yfirferð á dæmum.

Góður frágangur hefur jákvæð áhrif!

Tafla yfir þekkta fasta

Nafn	Tákn	Gildi
Hraði ljóss í tómarúmi	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Þyngdarhröðun við yfirborð jarðarinnar	g	$9,82 \text{ m/s}^2$
Massi rafeindar	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Rafsvörunarstuðull tómarúms	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ s}^2 / (\text{m}^3 \text{ kg})$
Frumhleðslan	e	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Þyngdarfastinn	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg s}^2)$
Fasti Plancks	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$



1 Árekstur

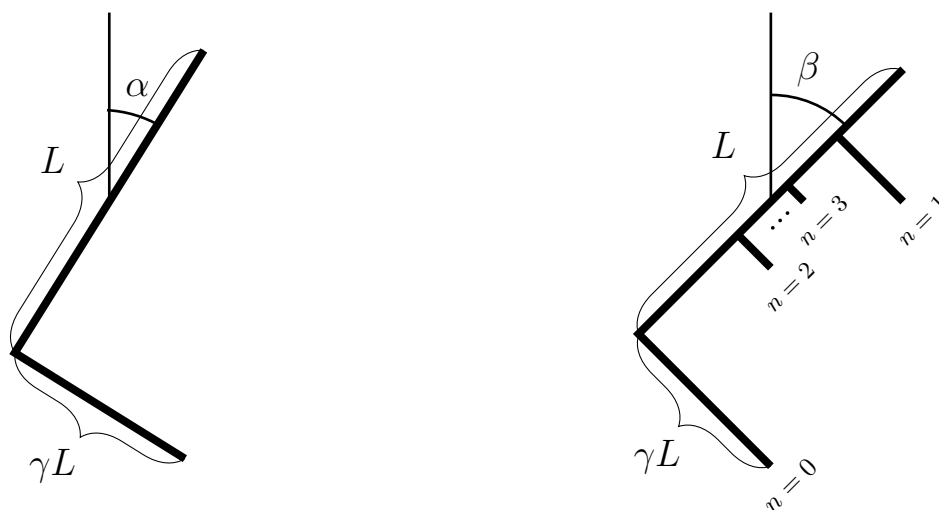
- (a) (4 stig) Bíl er ekið í lárétta stefnu á hraðanum 50 m/s fram af klettabrún. Brúin er í 100 m hæð yfir láréttum fleti. Hversu langt frá brúninni í lárétta stefnu mun bíllinn lenda? Gera má ráð fyrir að bíllinn sé punktmassi.
- (b) (4 stig) Nú er stór gormur staðsettur þar sem bíllinn mun lenda. Gerum ráð fyrir að engin orka tapist þegar bíllinn lendir á gorminum og að stefna atlagsins frá gorminum sé í lóðrétta stefnu. Hversu langt frá brúninni í lárétta stefnu mun bíllinn lenda eftir að hann skoppar af gorminum? Gera má ráð fyrir að bíllinn sé punktmassi.
- (c) (12 stig) Nú eru bílar almennt ekki punktmassar og loftmótstaða veldur krafti sem er í gagnstæða hreyfistefnu bílsins. Þessi tiltekni bíll er skringilega hannaður og krafturinn vegna loftmótstöðu verkar bara í lárétta stefnu. Kraftinum er lýst með jöfnunni

$$\mathbf{F}_{\text{mót}} = -\gamma \begin{bmatrix} v_x^2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

þar sem v_x er hraði bílsins í lárétta stefnu og $\gamma = 2,5$ er fasti. Hversu langt frá brúninni mun bíllinn lenda ef hraði bílsins er í upphafi $v_x = 50$ m/s og tekið er tillit til loftmótstöðu? Massi bílsins er $m = 1000$ kg.

2 *Ellid*

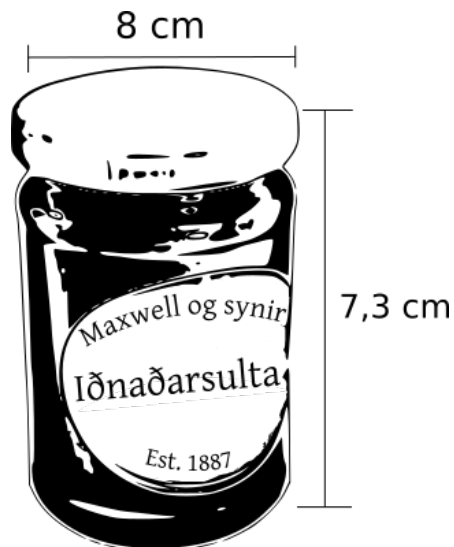
- (a) (8 stig) Nútímalistaverkið *Ellid* samanstendur af tveimur mjóum spýtum úr einsleitu efni. Stangirnar eru mislangar og sú lengri hefur lengdina L á meðan sú styttri hefur lengdina γL þar sem $0 < \gamma < 1$. Listaverkið hangir í spotta sem er festur við miðpunkt lengri stangarinnar eins og sést á mynd 1. Í jafnvægi hallar *Ellid* og lengri spýtan myndir myndar horn α við lóðlínu. Ritið α sem fall af gefnu stærðunum.
- (b) (12 stig) Vegna gríðarlegra vinsælda *Ellsins* ákvað listamaðurinn að búa til nýtt verk, *Ellid óendanlega*. *Ellid óendanlega* er samsett úr óendanlega mörgum eintökum af upprunalega *Ellinu* þar sem lengd lengri stangar hvers *Ells* er $L_n = 2^{-n}L$ fyrir $n = 0, 1, 2, \dots$. Lengd styttri stangarinnar fyrir hver n er γL_n . Lengri stangir *Ellana* eru festar saman þannig að miðpunktur þeirra er á sama stað þar sem spottinn er svo festur. Hér er gert ráð fyrir að stangirnar séu óendanlega þunnar. Þar að auki er styttri spýtan vinstra megin ef n er slétt og hægra megin ef n er oddatala eins og sýnt er á mynd 1. Í jafnvægi hallar *Ellid óendanlega* og lengri stöngin myndar horn β við lóðlínu. Finnið β sem fall af gefnu stærðunum.



Mynd 1: *Ellid* (t.v.) og *Ellid óendanlega* (t.h.)

3 Hvers vegna er svona erfitt að opna sultukrúkkur?

- (a) (8 stig) Þegar sulta er sett í krúkkur er hitastig hennar $85,0\text{ }^\circ\text{C}$. Gerum ráð fyrir að sultan breyti ekki um rúmmál vegna breytinga í þrýstingi eða hita. Lokið er skrúfað á krúkkuna þar sem loftið er við sama hitastig og sultan en er við venjulegan loftþrýsting, þ.e. $1\text{ atm} = 101\,325\text{ Pa}$. Þvermál loksins á krúkkunni er $8,00\text{ cm}$, sjá mynd 2. Hve mikill kraftur verkar á lok sultunnar þegar sultan hefur kólnað niður í $20,0\text{ }^\circ\text{C}$?
- (b) (12 stig) Nú skulum við reikna með rúmmálsbreytingu sultunnar vegna hitastigsbreytingar. Rúmmálsbreyting sultunnar má nálgast með jöfnunni $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$ þar sem V_0 er rúmmál sultunnar við byrjunar hitastig, ΔT er breyting á hitastigi og $\beta = 1,385 \cdot 10^{-4}\text{ K}^{-1}$. Hundsíð rúmmálsbreytingu krúkkunnar sjálftrar. Við stofuhita er rúmmál sultunnar $0,333\text{ L}$ og við getum sagt að sultukrúkkan sé sívalningur með hæð $7,30\text{ cm}$. Reiknið aftur hve mikill kraftur verkar á lokið. Sem áður breytir sultan ekki um rúmmál vegna breytinga í þrýstingi.



Mynd 2: Sultukrúkkan sem um ræðir

4 Kústskaft

Skoðum kústskaft með einsleita massadreifingu sem hefur lengd L og massa M . Gerum ráð fyrir að þykkt þess sé óveruleg og það standi lóðrétt í jafnvægi á sléttum fleti. Enginn núningur verkar milli flatar og kústskafts. Hleypt er af byssu nálægt skaftinu og henni haldið þannig að þegar byssukúlan festist í skaftinu er kúlan í hæð x yfir miðju skaftsins og hraði kúlunnar v er í lárétta stefnu. Massi byssukúlunnar er m .

- (a) (12 stig) Finnið x sem fall af L, M, m og v þ.a. neðsti punktur skaftsins verði kyrrstæður rétt eftir áreksturinn.

[Ábending: Munið *reglu Steiners* þ.e. $I = I_{cm} + md^2$, þar sem I_{cm} er hverfitregða um massamiðju, d fjarlægð frá massamiðju og m massi hlutarins.]

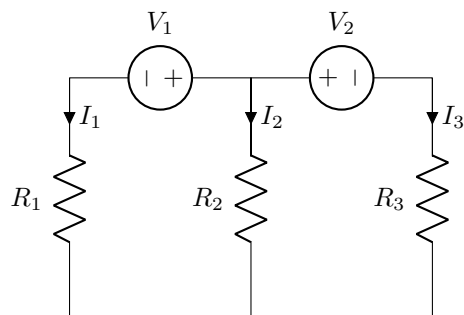
- (b) (8 stig) Gerum nú ráð fyrir að $m \ll M$. Sýnið að með góðri nálgun þá þurfi

$$v > \frac{M^2 L^{3/2} \sqrt{2g}}{m^2 x}$$

að gilda til að skaftið lyftist frá undirlaginu. [Eins og vanalega er g þyngdarfastinn.]

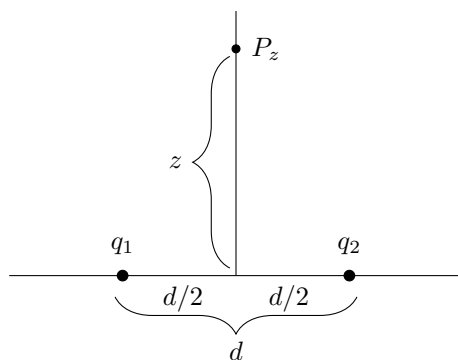
5 Nokkur rafmagnsdæmi

Þetta dæmi samanstendur af mörgum mismunandi verkefnum.



Mynd 3: Rafrás með viðnámum R_1 , R_2 og R_3 tengd við spennugjafana V_1 og V_2

- (a) (6 stig) Finnið straumana I_1 , I_2 og I_3 sem skilgreindir eru á mynd 3 sem fall af V_1 , V_2 , R_1 , R_2 og R_3 .



Mynd 4: Punkturinn P_z er í hæð z yfir miðpunkti striksins (af lengd d) milli rafhleðslanna q_1 og q_2 .

- (b) (4 stig) Finnið rafsviðið \mathbf{E} í punktinum P_z sem skilgreindur er á mynd 4.
(c) (2 stig) Finnið rafsviðið \mathbf{E} í (b)-lið ef $q = q_1 = q_2$ og $d \ll z$
(d) (2 stig) Finnið rafsviðið \mathbf{E} í (b)-lið ef $q = q_1 = -q_2$ og $d \ll z$
(e) (6 stig) Kúla með geisla R hefur hleðsluþéttleika ρ . Kúlan er gegnheil fyrir utan kúlulaga holrúm með miðju í punktinum \mathbf{d} í hnitakerfi með núllpunkt í miðju stóru kúlunnar og radíus $b < R - |\mathbf{d}|$. Finnið rafsviðið í holrúminu.

